

IV WOJEWÓDZKI KONKURS
Przygoda z Matematyką
dla klas II i III gimnazjów

- Dane są dwa okręgi o wspólnym środku i różnych promieniach. Jeżeli znana jest długość cięciwy większego okręgu stycznej do mniejszego okręgu, to można obliczyć:
 - promień większego okręgu,
 - pole pierścienia kołowego utworzonego przez te okręgi,
 - pole koła o promieniu równym promieniowi mniejszego okręgu,
 - mamy zbyt mało danych, aby obliczyć jedną z wielkości z podpunktów a), b), c).
- Wiadomo, że $a + b + c = 0$. Wówczas spełniony musi być warunek:
 - $ab + bc + ca > 0$,
 - $ab + bc + ca = 0$,
 - $ab + bc + ca \leq 0$,
 - $ab + bc + ca \geq 0$.
- Dany jest prostokąt $ABCD$. Niech punkt E będzie środkiem boku BC , a punkt F środkiem boku CD . Trójkąt AEF ma pole 30cm^2 . Zatem pole prostokąta $ABCD$ wynosi:
 - 75cm^2 ,
 - 80cm^2 ,
 - 60cm^2 ,
 - 90cm^2 .
- Liczby $a, b, c > 0$ spełniają układ równań:

$$\begin{cases} \frac{c}{a+b} = 2 \\ \frac{c}{b-a} = 3 \end{cases}$$

Wtedy:

- $a > b > c$,
- $a < b < c$,
- $b < a < c$,
- $b > c > a$.

5. Liczbę a powiększono o $p\%$, a następnie otrzymaną liczbę znów powiększono o $p\%$. Otrzymano liczbę większą od a o:

- a) $2p + \frac{p^2}{100}\%$,
- b) $2p + \frac{p^2}{1000}\%$,
- c) $p + \frac{2p^2}{100}\%$,
- d) $2p + \frac{2p^2}{100}\%$.

6. Zdaniem fałszywym jest zdanie:

- a) Liczba 4 dzieli różnicę kwadratów dwóch dowolnych liczb parzystych.
- b) Liczba $n^3 - n$ jest podzielna przez 6, gdzie n oznacza dowolną liczbę całkowitą.
- c) Różnica kwadratów dwóch niepodzielnych przez 3 liczb całkowitych jest zawsze podzielna przez 3.
- d) Liczba 5 jest dzielnikiem liczby $n^3 - n$, gdzie n oznacza dowolną liczbę nieparzystą.

7. Wartość ułamka

$$1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \sqrt{2}}}}}}$$

- a) jest równa $\sqrt{2}$,
- b) jest mniejsza od $\sqrt{2}$,
- c) jest większa od $1 + \sqrt{2}$,
- d) jest równa $1 + \sqrt{2}$.

8. Liczba a stanowi 20% liczby b , a liczba c stanowi 30% liczby b . Liczba b stanowi więc:

- a) 50% liczby $a + c$,
- b) 200% liczby $a + c$,
- c) 250% liczby $a + c$,
- d) 500% liczby $a + c$.

9. Pięć różnych prostych może dzielić płaszczyznę na:

- a) 17 części,
- b) 13 części,
- c) 11 części,
- d) 5 części.

10. Liczbę naturalną k nazywamy liczbą doskonałą, jeśli jest ona równa sumie wszystkich swoich dzielników mniejszych niż k . Niech k będzie liczbą doskonałą. Wówczas:
- zbiór wszystkich dzielników liczby k może być trzyelementowy,
 - liczba k może być liczbą pierwszą,
 - liczba k musi mieć dokładnie jeden dzielnik będący liczbą pierwszą,
 - liczba k musi mieć co najmniej cztery dzielniki.
11. Niech $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \cdot n$, gdzie $n \in \mathbb{N}$. W zapisie dziesiętnym liczby $30!$ na końcu wystąpi:
- przynajmniej 10 zer,
 - dokładnie 9 zer,
 - dokładnie 8 zer,
 - mniej niż 8 zer.
12. O liczbie naturalnej n wiadomo, że:
- jest podzielna przez 8,
 - suma jej cyfr wynosi 7,
 - iloczyn jej cyfr wynosi 6.

Zatem:

- liczba n może być trzycyfrowa,
 - są przynajmniej trzy liczby spełniające powyższe warunki,
 - liczba n musi być podzielna przez 16,
 - liczba n może być podzielna przez 6.
13. Zdaniem prawdziwym jest zdanie:
- Jeśli liczby $7k$ i $11k$ są liczbami całkowitymi, to k też musi być liczbą całkowitą.
 - Jeśli liczby $6k$ i $11k$ są liczbami całkowitymi, to k może być liczbą postaci $\frac{p}{q}$, gdzie $\text{NWD}(p, q) = 1$ oraz $q \neq -1$, $q \neq 0$, $q \neq 1$.
 - Jeśli liczby $6k$ i $12k$ są liczbami całkowitymi, to k też musi być liczbą całkowitą.
 - Jeśli liczby $10k$ i $8k$ są liczbami całkowitymi, to k też musi być liczbą całkowitą.

14. Nie istnieje wielokąt foremny wypukły, w którym:

- a) liczba osi symetrii jest równa liczbie jego przekątnych,
- b) liczba osi symetrii jest dwukrotnie większa od liczby jego przekątnych,
- c) liczba osi symetrii jest dwukrotnie mniejsza od liczby jego boków,
- d) liczba osi symetrii jest równa liczbie jego boków.

15. Wśród liczb spełniających nierówność $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$:

- a) są wszystkie pary liczb nieujemnych,
- b) jest para liczb różnych znaków,
- c) są tylko pary liczb dodatnich
- d) jest nieskończenie wiele par liczb ujemnych,