

VII WOJEWÓDZKI KONKURS

Przygoda z Matematyką

dla klas II i III gimnazjów

1. Prawdą jest, że:

- a) cięciwa okręgu to prosta przecinająca go w dwóch różnych punktach,
- b) jeśli przekątne czworokąta wypukłego przecinają się pod kątem prostym, to czworokąt ten jest albo rombem, albo deltoidem,
- c) suma kątów wewnętrznych czworokąta wynosi 360° wtedy i tylko wtedy, gdy czworokąt jest wypukły,
- d) istnieje pięciokąt o czterech bokach równej długości i trzech kątach prostych.

2. Przy okrągłym stole usiadło n osób, przy czym $n > 4$. Każda z tych osób albo zawsze kłamie, albo zawsze mówi prawdę. Wszyscy stwierdzili, że ich obaj sąsiedzi kłamią. Zatem:

- a) dokładnie jedna osoba przy stole jest prawdomówna,
- b) żadna z osób nie mogła mówić prawdy,
- c) jeśli $n = 7$, to dokładnie 3 osoby kłamią,
- d) przynajmniej dwie spośród siedzących osób są prawdomówne.

3. Punkt K dzieli półokrąg wyznaczony przez średnicę PR w stosunku 2:7. W trójkącie PKR :

- a) każdy z kątów ma miarę większą niż $22,5^\circ$,
- b) dwa kąty mają miary większe niż 60° ,
- c) wszystkie kąty są ostre,
- d) jeden z kątów musi mieć miarę mniejszą niż 20° .

4. Połowa sumy kwadratów liczb x i y to:

- a) $\left(\frac{x+y}{2}\right)^2$,
- b) $\frac{(x+y)^2}{2}$,
- c) $\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{2}\right)^2$,
- d) $\frac{x^2+y^2}{2}$.

5. Trójkę liczb naturalnych dodatnich (a, b, c) , gdzie $a \leq b \leq c$ nazywamy trójką pitagorejską, jeśli $a^2 + b^2 = c^2$. Wśród trójek pitagorejskich są takie, że:
- $a = b$,
 - a, b, c są liczbami nieparzystymi,
 - $a + 1 < b$ i jednocześnie $c = b + 1$,
 - a, b, c są liczbami pierwszymi.
6. Wśród liczb trzycyfrowych niepodzielnych przez 15 jest:
- więcej liczb podzielnych przez 25 niż liczb podzielnych przez 27,
 - więcej liczb podzielnych przez 9 niż przez 10,
 - dokładnie 90 liczb podzielnych przez 10,
 - dokładnie 48 liczb podzielnych przez 10.
7. Liczba a stanowi $p\%$ liczby b i $q\%$ liczby c . Zatem liczba b to:
- $\frac{p}{q}\%$ liczby c ,
 - $\frac{q}{p}\%$ liczby c ,
 - $\frac{q}{p}$ liczby c ,
 - $\frac{p}{q}$ liczby c .
8. W trójkącie ABC poprowadzono wysokość opuszczoną z wierzchołka, przy którym jest kąt o największej mierze. Podzieliła ona ten trójkąt na dwa małe trójkąty prostokątne. Wiadomo, że w jednym z tych trójkątów jeden z kątów ostrych ma miarę 30° , a w drugim 40° . Zatem:
- trójkąt ABC mógł być trójkątem prostokątnym,
 - trójkąt ABC musiał być trójkątem ostrokątnym,
 - trójkąt ABC mógł być trójkątem równoramiennym,
 - trójkąt ABC mógł być trójkątem rozwartokątnym.
9. Wiadomo, że jedynym rozwiązaniem równania $3(2x + 1) + \dots = 3(x + 2)$ jest liczba 1. W brakujące miejsce należy wstawić:
- $3 - 3x$,
 - 3,
 - x ,
 - $x - 1$.

10. Wybieramy trzy różne cyfry, których suma wynosi 17 i tworzymy z nich wszystkie możliwe liczby trzycyfrowe o różnych cyfrach. Tak otrzymane liczby trzycyfrowe dodajemy. Otrzymana w wyniku suma:
- a) jest większa niż 4 000,
 - b) musi być liczbą parzystą,
 - c) zawsze wynosi 3 774,
 - d) może być mniejsza niż 3 700.
11. Wskaż zdanie fałszywe:
- a) każdy romb jest trapezem,
 - b) każdy romb jest deltoidem,
 - c) przekątne w trapezie dzielą się na połowy,
 - d) w każdy romb można wpisać okrąg.
12. Dodajemy do siebie sześć kolejnych liczb naturalnych począwszy od liczby 3, takich, że każda następna liczba jest względnie pierwsza z liczbą bezpośrednio ją poprzedzającą i (począwszy od trzeciego składnika) względnie pierwsza z każdą z dwóch liczb ją poprzedzających.
- a) każdy składnik tej sumy jest liczbą pierwszą,
 - b) dokładnie jeden składnik tej sumy jest liczbą złożoną,
 - c) otrzymana suma jest większa od 38,
 - d) otrzymana suma jest mniejsza niż 38.
13. Dwa koła napędowe o obwodach 240cm i 100cm połączone są pasem transmisyjnym. Większe koło wykonuje 120 obrotów na minutę. Mniejsze koło wykonuje więc w ciągu jednej minuty:
- a) 200 obrotów,
 - b) 288 obrotów,
 - c) 340 obrotów,
 - d) 360 obrotów.

14. W okresie 2 lat cena batonu podwoiła się, przy czym każdego roku była podniesiona o ten sam procent. Zatem w ciągu jednego roku cena batonu wzrastała o:
- a) dokładnie 50%,
 - b) o ponad 42% lecz mniej niż 50%,
 - c) o mniej niż 42% lecz więcej niż 41%
 - d) o mniej niż 41% lecz więcej niż 36%.
15. Miliard złotych w banknotach dziesięciozłotowych utworzyłby słup wysokości $5km$. Grubość jednego dziesięciozłotowego banknotu to:
- a) $0,2mm$,
 - b) $0,5mm$,
 - c) $0,02mm$,
 - d) $0,05mm$.